

## Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

11 класс

27 апреля 2016 года

Вариант МА10509

(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

### Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

**Желаем успеха!**

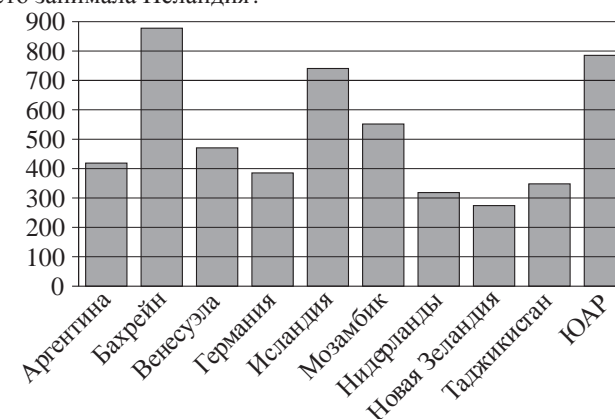
### Часть 1

*Ответом к каждому заданию является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

- 1 Футболка стоила 650 рублей. После повышения цены она стала стоить 780 рублей. На сколько процентов была повышена цена на футболку?

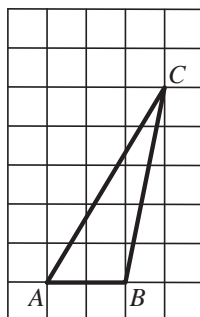
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На диаграмме показано распределение выплавки алюминия в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2009 год. Среди представленных стран первое место по выплавке алюминия занимал Бахрейн, десятое место — Новая Зеландия. Какое место занимала Исландия?



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону  $AB$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

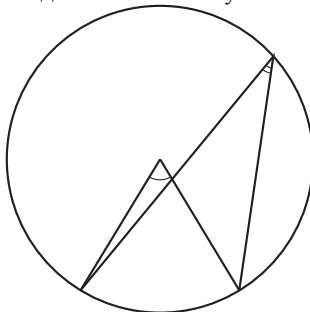
- 4 В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите корень уравнения  $\log_8(x^2 + x) = \log_8(x^2 - 4)$ .

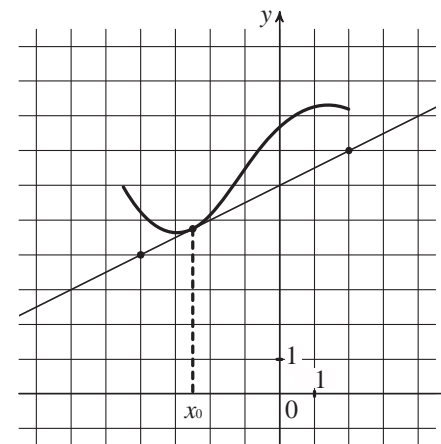
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Центральный угол на  $27^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



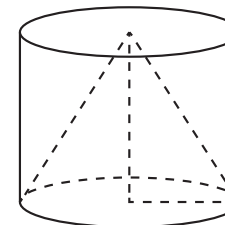
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 36. Найдите объём конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

9

Найдите значение выражения  $3^{3\sqrt{7}-2} \cdot 3^{5+3\sqrt{7}} : 3^{6\sqrt{7}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

10

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  километров над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  км — радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 48 километров? Ответ выразите в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 18 рабочих, а во второй — 22 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

12

Найдите наибольшее значение функции  $y = 20\sin x - 23x + 24$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cos x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

14

В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 12 и радиусом основания 6 проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный  $AB$ . Построено сечение  $ABNM$ , проходящее через прямую  $AB$  перпендикулярно прямой  $CD$  так, что точка  $C$  и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр  $CD$ , лежат с одной стороны от сечения.

а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.

б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

15

Решите неравенство  $2^{\frac{x}{x+1}} - 2^{\frac{5x+3}{x+1}} + 8 \leq 2^{\frac{2x}{x+1}}$ .

16

Окружность, проходящая через вершины  $A$ ,  $C$  и  $D$  прямоугольной трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , пересекает меньшую боковую сторону  $AB$  в точке  $P$  и касается прямой  $BC$ . Известно, что  $AD = CD$ .

а) Докажите, что  $CP$  — биссектриса угла  $ACB$ .

б) В каком отношении прямая  $DP$  делит площадь трапеции?

17

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 10 млн.

- 18** Найдите все неотрицательные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{(x+2)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y-a)^2} = \sqrt{4+a^2}, \\ 5y = |6-a^2| \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19** Возрастающие арифметические прогрессии  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоят из натуральных чисел.

а) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$  и  $\frac{a_4}{b_4}$  — различные натуральные числа?

б) Существуют ли такие прогрессии, для которых  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{b_2}{a_2}$  и  $\frac{a_4}{b_4}$  — различные натуральные числа?

в) Какое наименьшее значение может принимать дробь  $\frac{a_2}{b_2}$ , если известно,

что  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}$  и  $\frac{a_{10}}{b_{10}}$  — различные натуральные числа?