

**Итоговая диагностическая работа  
по МАТЕМАТИКЕ**

**10 класс**

**Углублённый уровень**

**Демонстрационный вариант**

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение итоговой работы по математике даётся 90 минут. Работа включает в себя 12 заданий и состоит из двух частей.

В заданиях 1–7 запишите ответ в отведённом для него месте на листе с заданиями, а затем перенесите его в бланк ответов № 1.

Ответом к заданию 8 является график, построенный в отведённом месте на листе с заданиями.

В заданиях второй части (9–12) требуется записать решение и ответ в специально отведённом для этого поле.

Каждое из заданий 5 и 10 представлено в двух вариантах, из которых надо выбрать и выполнить только один.

При выполнении работы нельзя пользоваться учебниками, рабочими тетрадями, справочниками, калькулятором.

При необходимости можно пользоваться черновиком. Записи в черновике проверяться и оцениваться не будут.

Выполнять задания можно в любом порядке, главное – правильно решить как можно больше заданий. Советуем Вам для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, можно будет вернуться к пропущенным заданиям.

**Обязательно проверьте в конце работы, что все ответы к заданиям первой части перенесены в бланк!**

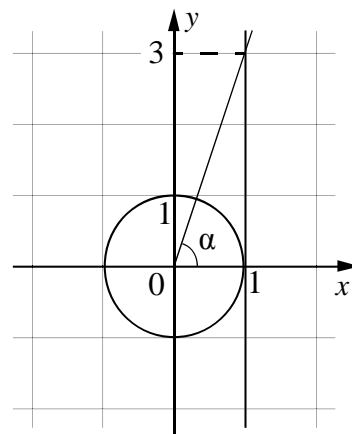
***Желаем успеха!***

## Часть 1

*Ответами к заданиям 1–7 являются целое число, десятичная дробь или последовательность цифр, которые следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки.*

1

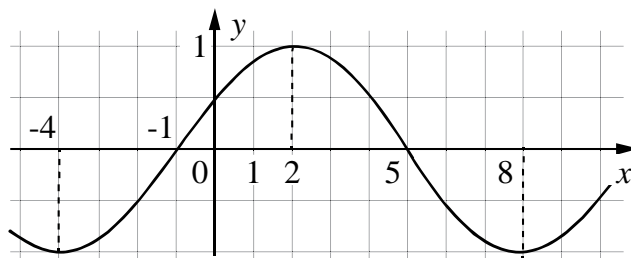
Используя рисунок, найдите  $\cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

2

На рисунке изображён график функции  $f(x) = \cos(ax - b)$ . Найдите  $f(50)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

3

На одной из граней двугранного угла величиной  $30^\circ$  взята точка, находящаяся на расстоянии 12 от другой грани данного двугранного угла. Найдите расстояние от указанной точки до ребра этого двугранного угла.

Ответ: \_\_\_\_\_

**4** Выберите верные утверждения.

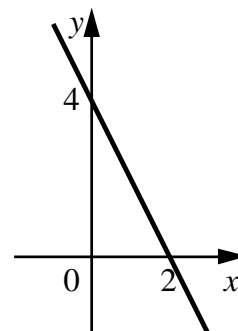
- 1) Через любые две точки пространства можно провести бесконечно много плоскостей.
- 2) Через любые три различные точки пространства проходит плоскость и притом только одна.
- 3) Две различные плоскости, перпендикулярные третьей плоскости, параллельны между собой.
- 4) Для любых двух различных плоскостей в пространстве найдутся две параллельные прямые, каждая из которых содержится ровно в одной из указанных плоскостей.

В ответе укажите номера верных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_

**Выберите и выполните только ОДНО из заданий 5.1 или 5.2.**

**5.1** Найдите абсциссу точки графика функции  $y = x^2 - 4x - 12$ , касательная в которой параллельна прямой, изображенной на рисунке.



Ответ: \_\_\_\_\_

**5.2** Найдите значение выражения  $\frac{\log_5 27}{\log_5 9} + 5^{-\log_{25} 4}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**6** В университете итоговая отметка за курс высшей математики выставляется по десятибалльной системе следующим образом. Сначала вычисляется значение выражения  $0,3K + 0,3Д + 0,4Э$ , где  $K$  — отметка за контрольную работу,  $Д$  — за домашнюю работу, а  $Э$  — за экзамен. Числа  $K$ ,  $Д$  и  $Э$  — целые от 0 до 10. Затем полученное значение округляется до целого числа, при этом пять десятых округляются в большую сторону. Студент получил за контрольную работу 4, а за домашнюю работу — 8. Какая минимальная отметка за экзамен обеспечит ему итоговую отметку не меньше чем 6 баллов?

Ответ: \_\_\_\_\_

**7** При печати в типографии 10% журналов имеют дефект. При контроле качества выявляют 80% дефектных журналов. Остальные журналы поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранный при покупке журнал **не имеет** дефектов. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_

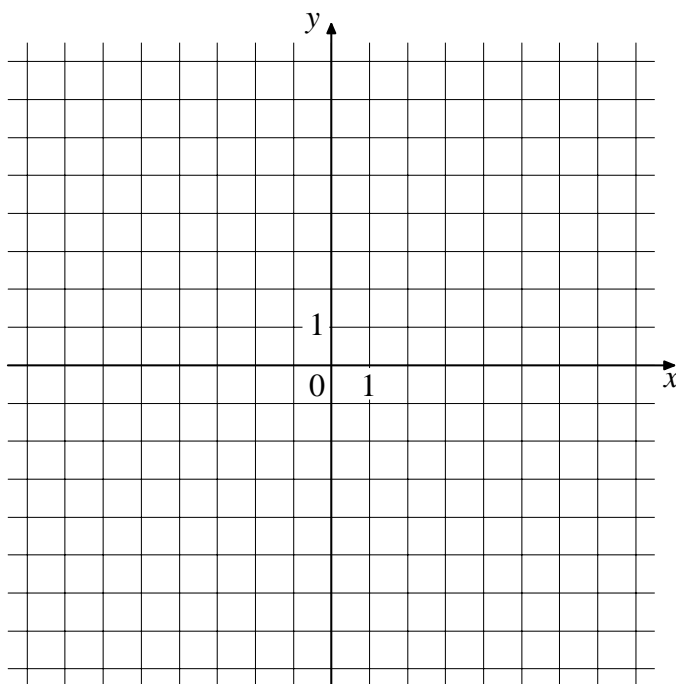
## Часть 2

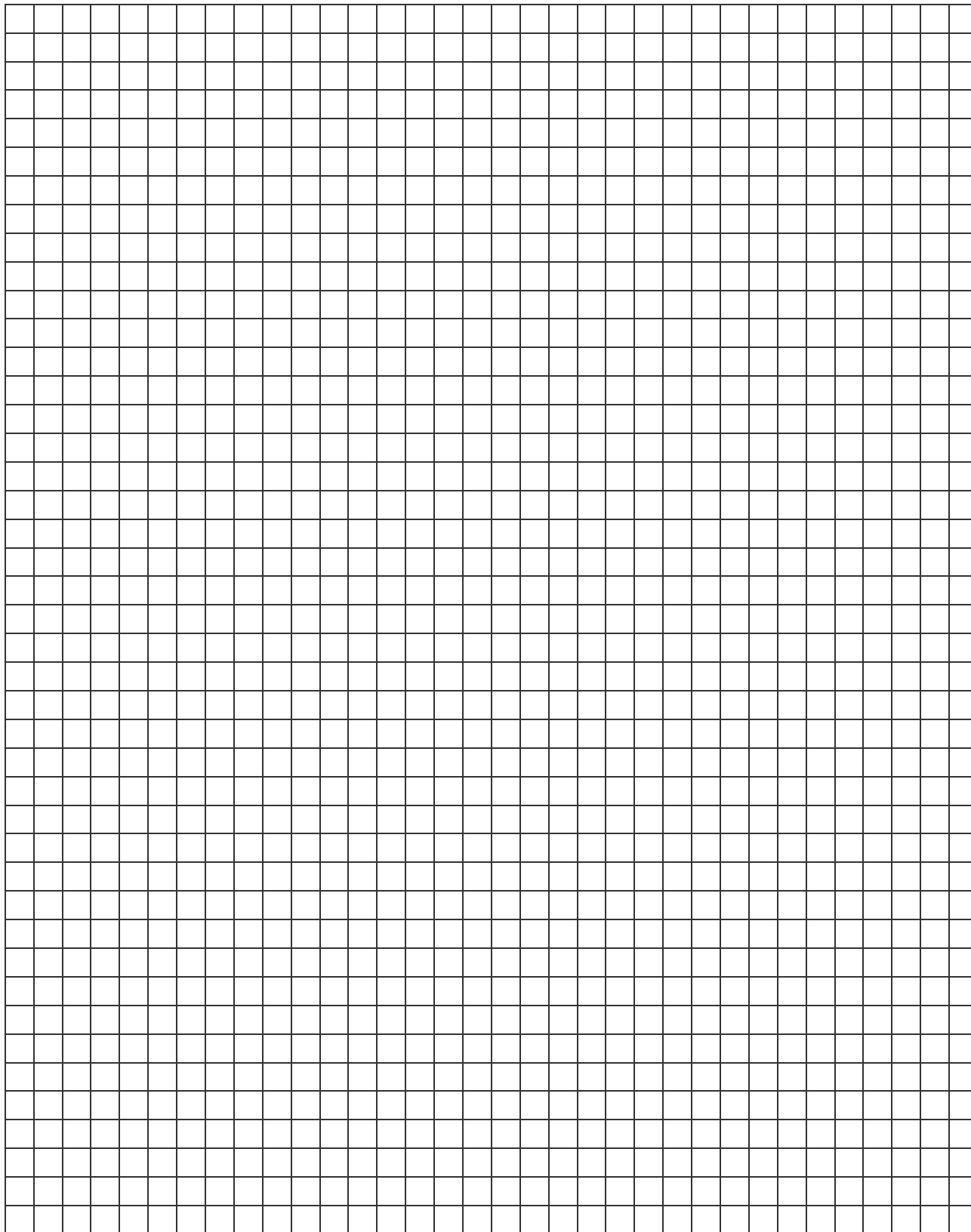
*Ответом к заданию 8 является график, построенный в отведённом месте на листе с заданиями.*

**8**

В системе координат схематично изобразите график непрерывной функции, которая обладает следующими свойствами:

- 1) область определения функции — отрезок  $[-6; 6]$ ;
- 2) функция чётная;
- 3) на промежутке  $[-2; 0]$  функция убывает;
- 4) функция имеет ровно пять нулей.



**9**а) Решите уравнение  $2\cos^3 x - \cos^2 x - \cos x = 0$ .б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-2\pi; -\pi]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

Выберите и выполните только ОДНО из заданий 10.1 или 10.2.

## 10.1

Исследуйте функцию  $y = \frac{x^2 + 4x + 25}{x}$  на монотонность и экстремумы.

## 10.2

Решите неравенство  $\log_2^2(3-x) + \log_2(x-3)^2 < 8$ .

Номер задания: **10.**

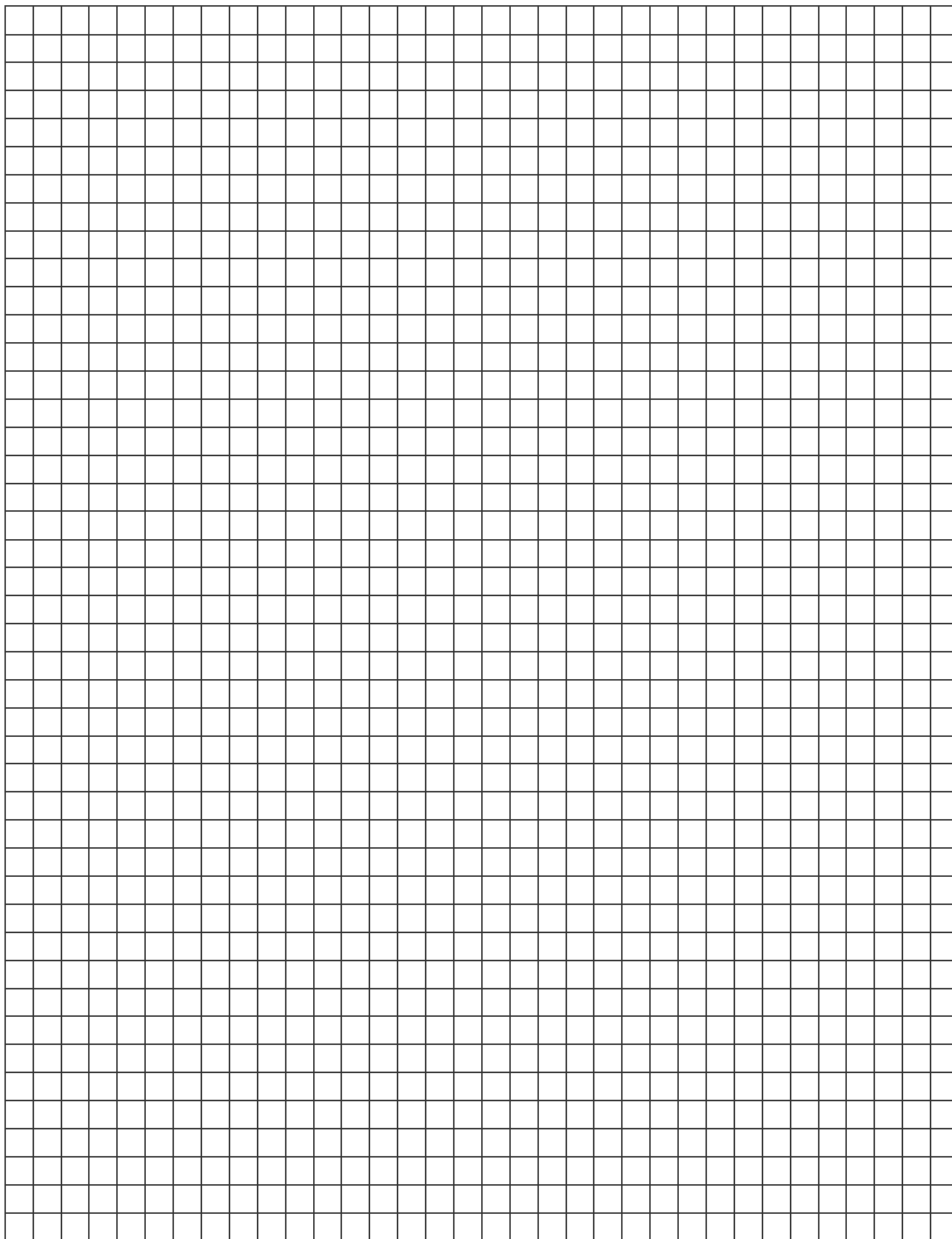
--

 (укажите 1 или 2)

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of small, equal-sized squares formed by thin black lines. There are no margins, text, or other markings on the page.

ОТВЕТ: \_\_\_\_\_

- 11** В треугольнике  $ABC$ , один из углов которого равен  $40^\circ$ , проведены высоты  $AA_1$  и  $CC_1$ . Прямые  $AC$  и  $A_1C_1$  параллельны. Чему могут быть равны другие углы треугольника?



Ответ: \_\_\_\_\_

Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 8, либо в 5 раз (последовательность содержит более одного члена). Сумма всех членов последовательности равна 141.

- Ответы обоснуйте.

[illegible]

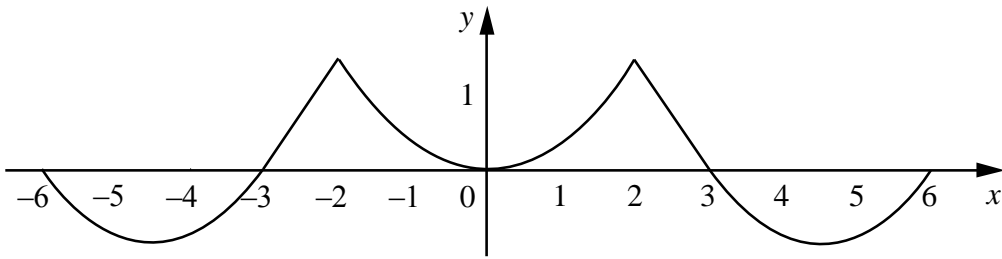
2016 г.



**Критерии оценивания итоговой диагностической работы по МАТЕМАТИКЕ****10 класс****Демонстрационный вариант (углублённый уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–8 оценивается 1 баллом. Выполнение заданий 9–12 оценивается по приведённым ниже критериям.

**Ответы к заданиям**

№ задания	Ответ
1	0,9
2	1
3	24
4	14 или 41
5.1	1
5.2	2
6	5
7	0,978
8	<p>Любой верный график, например:</p>  <p>При построении графика от руки допускаются некоторые неточности. Однако важно, чтобы нули функции и точки экстремумов были симметричны относительно оси ординат.</p>
9 а)	$x = 2\pi n; x = \frac{\pi}{2} + \pi n; x = \pm \frac{2}{3}\pi + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$
9 б)	$-2\pi, -1,5\pi, -\frac{4}{3}\pi$
10.1	<p>Функция возрастает на промежутках <math>(-\infty; -5]; [5; +\infty)</math>,          функция убывает на промежутках <math>[-5; 0); (0; 5]</math>,  <math>x_{\max} = -5, y_{\max} = -6; x_{\min} = 5, y_{\min} = 14</math>.</p>
10.2	$\left(-1; 2\frac{15}{16}\right)$
11	Треугольник $ABC$ – равнобедренный, другие углы равны либо $70^\circ$ и $70^\circ$ , либо $40^\circ$ и $100^\circ$ .
12 а)	3
12 б)	45

**Система оценивания задания 9**

<b>Содержание ответа и указания к оцениванию</b>	<b>Баллы</b>
Верно решено уравнение и верно отобраны все корни	2
Верно решено уравнение, но корни уравнения не отобраны на данном отрезке или отобраны с ошибкой	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Система оценивания задания 10.1**

<b>Содержание ответа и указания к оцениванию</b>	<b>Баллы</b>
Проведено необходимое исследование функции, верно получены промежутки монотонности, точки экстремумов, экстремумы	2
Верно найдена область определения функции, её производная и критические точки, но исследование функции проведено не полностью или полученный ответ частично неверен из-за арифметических ошибок	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Система оценивания задания 10.2**

<b>Содержание ответа и указания к оцениванию</b>	<b>Баллы</b>
Полное верное решение	2
Логарифмическое неравенство верно сведено к квадратичному неравенству, но в дальнейших выкладках есть арифметическая ошибка ИЛИ В решении не учтено, что $x$ не равен 1, а все остальные выкладки проведены верно	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Система оценивания задания 11**

<b>Содержание ответа и указания к оцениванию</b>	<b>Баллы</b>
Верно решены оба пункта задачи	2
Верно проведено доказательство в пункте а), но в пункте б) решение неверно ИЛИ Доказательство пункта а) неверно или отсутствует, но пункт б) выполнен верно, при этом в решении пункта б) может быть использовано недоказанное утверждение пункта а)	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**Система оценивания и решение задания 12**

Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 8, либо в 5 раз (последовательность содержит более одного члена). Сумма всех членов последовательности равна 141.

а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности?

б) Какое наибольшее число членов может быть в этой последовательности?

Ответы обоснуйте.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение:</p> <p>а) Сумма двух последовательных членов последовательности чётна, так как равна либо <math>2x+8</math>, либо <math>6x</math>, где <math>x</math> – меньший из двух членов последовательности. Следовательно, сумма двух членов последовательности не может быть равна 141. Сумма трёх членов данной последовательности может быть равна 141, например, 39, 47, 55 (каждый следующий член на 8 больше предыдущего).</p> <p>б) Так как данная последовательность состоит из натуральных чисел, сумма двух соседних членов последовательности не меньше 6. Значит, если последовательность содержала бы 48 или более членов, то ее сумма была бы не меньше 144 (<math>24 \cdot 6 = 144</math>). Следовательно, последовательность содержит не более 47 членов.</p> <p>Покажем, что последовательность не может содержать 47 членов. Действительно, сумма 46 членов не меньше 138 (<math>23 \cdot 6 = 138</math>), причем данная сумма равна 138 только в том случае, когда 46 членов составляют пары 1, 5, 1, 5.... (в таком или обратном порядке). Во всех остальных случаях сумма 46 членов последовательности больше 141, так как сумма любых двух соседних членов последовательности, не равных 1 и 5, не меньше 9. Так как 47-й член последовательности 1, 5, 1, 5.... (в таком или обратном порядке), очевидно, не может быть равен 3, то сумма 47 членов не может быть равна 141.</p> <p>Сумма 46 членов чётна и, значит, также не может быть равна 141.</p> <p>Сумма 45 членов может быть равна 141, например, у последовательности: 9, 1, 5, ..., 1, 5 (многоточие обозначает 20 пар членов 1 и 5).</p>	
Приведено верное решение обоих пунктов задачи	3
Приведено верное решение пункта а), а в решении пункта б) есть пробелы ИЛИ Приведено только верное решение пункта б)	2
Приведено только верное решение пункта а)	1
Все другие случаи	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**Система оценивания выполнения всей работы**

Максимальный балл за выполнение всей работы – 17.

*Таблица перевода баллов в отметки по пятибалльной шкале*

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Первичные баллы	0–4	5–8	9–12	13–17